

# سقوط آزاد



مدرس: مسعود رهنمون

### سقوط آزاد

#### پرتاب یک جسم در راستای قائم به سمت پایین

اگر حرکت جسم در راستای قائم و در ضمن حرکت، تنها نیروی وارد بر جسم وزن آن باشد آن را سقوط آزاد می‌نامند. آزمایش‌های دقیق درباره سقوط آزاد اجسام نشان می‌دهد که هرگاه از مقاومت هوا صرف نظر کنیم (در شرایط خلأ) نتایج زیر به دست می‌آید:

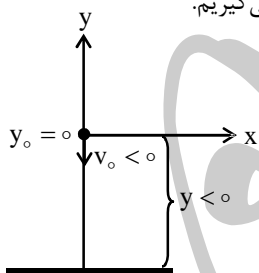
(۱) تمام اجسام در راستای قائم سقوط می‌کنند و راستای سقوط اجسام، عمود بر سطح آب‌های ساکن در آن نقطه است.

(۲) همه‌ی اجسام - به هر شکل و اندازه‌ای که باشند - با شتاب یکسانی سقوط می‌کنند، به عبارت دیگر زمان سقوط فقط به ارتفاع سقوط بستگی دارد و به جرم، جنس و ابعاد جسم بستگی ندارد.

(۳) حرکت سقوطی اجسام، یک حرکت با شتاب ثابت تند شونده است و شتاب حرکت  $g$  (شتاب گرانش زمین) برابر  $9.81 \text{ m/s}^2$  است که برای سادگی در حل مسائل آن را  $10 \text{ m/s}^2$  در نظر می‌گیرند.

#### استراتژی حل مسئله:

- ۱- یک محور قائم رسم می‌کنیم (محور  $y$ ها) و نقطه‌ی پرتاب را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم با این کار  $y_0 = 0$  (مکان اولیه) است.
- ۲- جهت محور  $y$  رو به بالا را مثبت می‌گیریم، بنابراین مقدار  $g$  همواره منفی است.
- ۳- سرعت به طرف بالا مثبت و سرعت به طرف پایین را منفی در نظر می‌گیریم.
- ۴- جابه‌جایی بالای نقطه‌ی پرتاب (مبدأ) را مثبت و جابه‌جایی پایین نقطه‌ی پرتاب (مبدأ) را منفی در نظر می‌گیریم.



(۱) پرتاب در راستای قائم به طرف پایین

۵- معادله‌های این حرکت همانند معادله‌های حرکت روی خط راست با شتاب ثابت است که باید در آن‌ها  $a$  را به  $-g$  تبدیل کنیم.

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

معادله‌ی مکان-زمان

$$v = -gt + v_0$$

معادله‌ی سرعت-زمان

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y$$

رابطه مستقل از زمان

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

رابطه مستقل از سرعت اولیه

$$\Delta y = \frac{v + v_0}{2} t$$

رابطه‌ی مستقل از شتاب

$$y_n = -\frac{1}{2}g(2n-1) + v_0$$

رابطه‌ی جابه‌جایی در ثانیه‌ی  $n$  ام

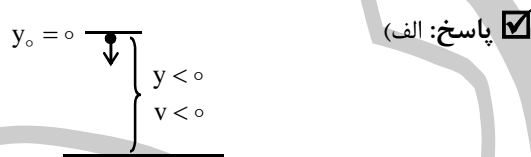
$$y_n = -\frac{1}{2}gn(2t-n) + v_0 n$$

تغییر مکان در  $n$  ثانیه آخر حرکت

مثال: سکه‌ای که از دهانه‌ی چاهی رها شده است بعد از  $1/5$  س به سطح آب برخورد می‌کند.

(الف) عمق چاه چقدر است؟ (ب) سکه با چه سرعتی به آب می‌رسد؟ (ج) سرعت در عمق ۵ متری از سطح آب چند m/s است؟

(د) سرعت آن پس از ۱ ثانیه چقدر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (1/5)^2 = 11/25 \text{ m}$$

(ب)

$$v = -gt = -10 \times 1/5 = -15 \text{ m/s}$$

علامت منفی نشان می‌دهد جهت سرعت رو به پایین است.

(ج) زمانی سکه در ارتفاع ۵ متری از سطح آب قرار می‌گیرد که ۶/۲۵ متر جابه‌جا شده باشد.

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{-2 \times 10 \times 6/25} \Rightarrow v = \sqrt{12/5} \text{ m/s}$$

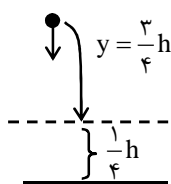
(د)

$$v = -gt \Rightarrow v = -10 \times 1 = -10 \text{ m/s}$$

تست: جسمی را از ارتفاع  $h$  رها می‌کنیم، سرعت جسم در ارتفاع  $\frac{1}{4}h$  کدام گزینه است؟

(۱)  $\sqrt{2gh}$       (۲)  $\sqrt{gh}$       (۳)  $\sqrt{\frac{1}{2}gh}$       (۴)  $\sqrt{\frac{3}{2}gh}$

پاسخ: گزینه (۳) وقتی جسم به ارتفاع  $\frac{1}{4}h$  می‌رسد، از نقطه‌ی سقوط به اندازه‌ی  $\frac{3}{4}h = h - \frac{1}{4}h$  سقوط می‌کند. پس  $y$  یا  $\Delta y$  برابر  $\frac{3}{4}h$  می‌شود.



$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{-2 \times g \times \frac{3}{4}h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$$

علامت منفی جهت حرکت به سمت پایین را نشان می‌دهد.

**نکته:** اگر متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت درآید و پس از طی جابه‌جایی  $x$

سرعتش به  $v$  برسد، سرعت متحرک پس از طی  $\frac{m}{n}x$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$v' = v\sqrt{\frac{m}{n}}$$

مثال: از نقطه‌ای بالای سطح زمین گلوله‌ای را بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ رها می‌کنیم. اگر سرعت گلوله در  $\frac{16}{25}$  ارتفاع خود  $15 \text{ m/s}$  باشد، سرعت گلوله در  $\frac{9}{25}$  ارتفاع خود چند m/s است؟

پاسخ:

طی شده اول  $\frac{m}{n} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$

$$v'_1 = v\sqrt{\frac{m}{n}} \Rightarrow 15 = v\sqrt{\frac{9}{25}} = 15 \times \frac{3}{5} = 25 \text{ m/s}$$

طی شده دوم  $\frac{m}{n} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$$v'_2 = v\sqrt{\frac{m}{n}} \Rightarrow v'_2 = 25\sqrt{\frac{16}{25}} = 25 \times \frac{4}{5} = 20 \text{ m/s}$$

**نکته:** اگر متحرکی از حال سکون، با شتاب ثابت به حرکت درآید و پس از  $t$  ثانیه به اندازه‌ی  $x$  جابه‌جا

شود زمانی که طول می‌کشد تا متحرک  $\frac{m}{n}x$  را طی کند از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$t' = t\sqrt{\frac{m}{n}}$$

مثال: متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت به حرکت در می آید. این گلوله پس از ۴ ثانیه به سطح زمین می رسد. چه زمانی طول می کشد تا گلوله  $\frac{1}{4}$  ارتفاع خود را طی کند؟

پاسخ:

$$t' = t \sqrt{\frac{m}{n}} \Rightarrow t' = 4 \times \sqrt{\frac{1}{4}} = 2s$$

تست: از نقطه ای بالای سطح زمین گلوله ای را بدون سرعت اولیه رها می کنیم، اگر ۶ ثانیه طول بکشد تا گلوله به  $\frac{7}{16}$  ارتفاع خود برسد سرعت گلوله در لحظه ی رسیدن به زمین چند m/s است؟ ارتفاعی که از آن رها شده چند متر می باشد؟

۸۰ و ۶ (۴)

۶۴ و ۶۰ (۳)

۳۲۰ و ۸۰ (۲)

۸۰ و ۸ (۱)

پاسخ: گزینه (۲)

$$\frac{m}{n} = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$$

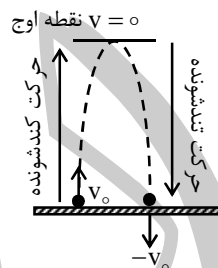
$$6 = t \sqrt{\frac{9}{16}} \Rightarrow 6 = t \times \frac{3}{4} \Rightarrow t = 8s$$

$$v = -gt + v_0 \rightarrow v = -10 \times 8 + 0 = -80 \text{ m/s}$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t = -\frac{1}{2} \times 10 \times 64 = -320 \text{ m}$$

### حرکت پرتابی در راستای قائم به طرف بالا

هرگاه پرتابه ای را با سرعت اولیه  $v_0$  در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب کنیم، لحظه به لحظه از سرعت آن کم می شود (حرکت شتاب ثابت کند شونده) تا در نقطه ای اوج برای یک لحظه سرعت به صفر می رسد، سپس در موقع برگشت سرعت آن افزایش می یابد. (حرکت شتاب ثابت تند شونده)



نتایج زیر از روابط حرکت به دست می آید:

(۱) زمانی که طول می کشد تا پرتابه به حداکثر ارتفاع از نقطه پرتاب برسد، زمان رسیدن به اوج نامیده می شود و از رابطه زیر به دست می آید:

$$t = \frac{v_0}{g} \quad \text{اوج} \quad \leftarrow v = -gt + v_0 \rightarrow \text{صفر}$$

(۲) چون زمان صعود گلوله تا نقطه اوج با زمان سقوط گلوله به نقطه پرتاب برابر است، زمان کل رفت و برگشت تا نقطه ی پرتاب برابر است با:

$$t = \frac{2v_0}{g} \quad \text{رفت و برگشت}$$

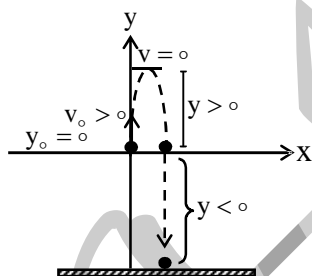
(۳) حداکثر ارتفاعی که جسم می تواند بالا رود (ارتفاع نقطه اوج) برابر است با:

$$y = \frac{v_0^2}{2g} \quad \leftarrow v^2 - v_0^2 = -2gy \rightarrow \text{صفر}$$

۴) سرعت در هر نقطه از مسیر رفت برابر سرعت در همان نقطه از مسیر برگشت با علامت قرینه است.

**نکته‌های مهم در هنگام استفاده از معادلات حرکت پرتابی در راستای قائم:**

- ۱- نقطه‌ی پرتاب را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم.
- ۲- در لحظاتی که گلوله به طرف بالا حرکت می‌کند سرعت آن مثبت و زمانی که به طرف پایین حرکت می‌کند سرعت آن منفی است.
- ۳- چون شتاب در تمام لحظات (بالا رفتن و پایین آمدن) ثابت است، اندازه‌ی سرعت در هر نقطه در یک ارتفاع معین در هنگام بالا رفتن با اندازه‌ی سرعت در همان نقطه در هنگام پایین آمدن مساوی است.
- ۴- زمان حرکت از هر نقطه به نقطه‌ی اوج با زمان بازگشت از نقطه‌ی اوج به آن نقطه برابر است.
- ۵- علامت  $g$  را همواره منفی به کار می‌بریم.



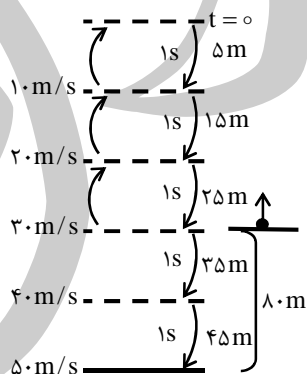
مثال: گلوله‌ای را در شرایط خلأ و در راستای قائم با سرعت اولیه  $30\text{ m/s}$  از نقطه‌ای که تا سطح زمین  $80\text{ m}$  ارتفاع دارد، پرتاب

می‌کنیم. مطلوبست: ( $g = 10\text{ m/s}^2$ )

- ۱) حداکثر ارتفاعی که پرتابه نسبت به نقطه‌ی پرتاب بالا می‌رود.
- ۲) زمان رسیدن پرتابه به نقطه‌ی اوج
- ۳) زمان رسیدن پرتابه به نقطه‌ی پرتاب
- ۴) سرعت و زمان رسیدن پرتابه به فاصله‌ی  $25$  متری بالای نقطه‌ی پرتاب
- ۵) سرعت و زمان پرتابه در لحظه‌ی رسیدن به زمین
- ۶) سرعت و زمان رسیدن پرتابه به فاصله‌ی  $35$  متری زیر نقطه‌ی پرتاب

پاسخ:

روش تستی:



$$5 + 15 + 25 = 45\text{ m}$$

$$1 + 1 + 1 = 3\text{ s}$$

روش تشریحی:

$$y = \frac{v_o^2}{2g} = \frac{(30)^2}{2 \times 10} = \frac{900}{20} = 45 \text{ m}$$

(۱) ارتفاع اوج

$$t = \frac{2v_o}{g} = \frac{2 \times 30}{10} = 6 \text{ s} \quad (3)$$

$$t = \frac{v_o}{g} = \frac{30}{10} = 3 \text{ s} \quad (2)$$

$$v^2 - (30)^2 = 2 \times (-10) \times 25 \Rightarrow v^2 = 900 - 500 = 400 \Rightarrow v = \pm 20 \text{ m/s} \quad (4)$$

علامت مثبت مربوط به سرعت هنگام بالا رفتن و علامت منفی مربوط به زمان پایین آمدن است.

$$t = \frac{v - v_o}{g} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{20 - 30}{-10} = 1 \text{ s} & \text{زمان رفت} \\ t_2 = \frac{-20 - 30}{-10} = 5 \text{ s} & \text{زمان برگشت} \end{cases}$$

$$v^2 = 2(-g)(-y) + v_o^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_o^2 + 2gy} \Rightarrow v = \sqrt{(30)^2 + 2 \times 10 \times 45} = 50 \text{ m/s} \quad (5)$$

$$t = \frac{v - v_o}{g} = \frac{-50 - 30}{-10} = 8 \text{ s}$$

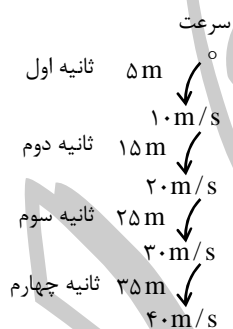
$$v^2 - (30)^2 = +2 \times (-10) \times (-35) \Rightarrow v^2 = 700 + 900 = 1600 \Rightarrow v = \pm 40 \text{ m/s} \quad (6)$$

زیر نقطه‌ی پرتاب سرعت منفی در نظر گرفته می‌شود.

$$t = \frac{v - v_o}{g} = \frac{-40 - 30}{-10} = 7 \text{ s}$$

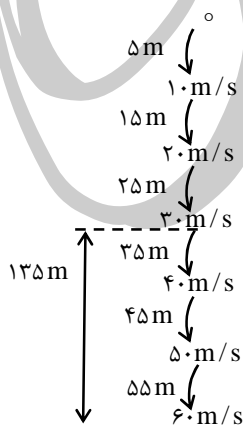
در حرکت سقوطی  $g = 10 \text{ m/s}^2$  و جهت شتاب جاذبه، قائم رو به پایین است، بنابراین می‌توان فهمید:

وقتی گلوله رو به پایین می‌رود، در هر ثانیه سرعتش  $10 \text{ m/s}$  افزایش و موقع بالا رفتن در هر ثانیه سرعتش  $10 \text{ m/s}$  کاهش می‌یابد. هم‌چنین در سقوط آزاد جابه‌جایی در مدت  $1 \text{ s}$  برابر است با میانگین سرعت در اول و آخر  $1 \text{ s}$ ، مثلاً اگر گلوله‌ای بدون سرعت اولیه رها شود، سرعت آن بعد  $3 \text{ s}$  بعد برابر  $30 \text{ m/s}$  و جابه‌جایی در ثانیه‌ی سوم  $25 \text{ m}$  و جابه‌جایی در  $3 \text{ s}$  اول  $(5 + 15 + 25 = 45 \text{ m})$  می‌باشد.



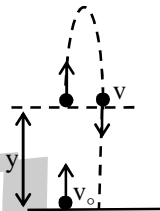
مثال: گلوله‌ای از ارتفاع  $180 \text{ m}$  متری نسبت به زمین بدون سرعت اولیه رها شده است. این گلوله  $135 \text{ m}$  متر آخر مسیر را در چند ثانیه طی می‌کند؟

پاسخ: طبق شکل رو به رو این گلوله  $135 \text{ m}$  متر آخر را در مدت  $3 \text{ s}$  طی کرده است.



**دو عبور متوالی یک گلوله از یک ارتفاع:**

اگر ذره‌ای با سرعت اولیه‌ی  $v_0$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب شود و جسم در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  در ارتفاع  $y$  باشد، ( $t_1$  لحظه‌ای که جسم رو به بالا حرکت می‌کند و  $t_2$  لحظه‌ای که جسم رو به پایین حرکت می‌کند.) ارتفاع پرتاب در هر لحظه نسبت به نقطه‌ی پرتاب از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.



$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_0t - y = 0$$

که معادله ایست درجه دوم بر حسب زمان که دو جواب دارد.

$$t_1 t_2 = \frac{-y}{-\frac{1}{2}g} \Rightarrow y = \frac{1}{2}gt_1 t_2$$

۱- حاصل ضرب دو ریشه که برابر  $\frac{c}{a}$  است.

$$t_1 + t_2 = \frac{-v_0}{-\frac{1}{2}g} \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)$$

۲- مجموع دو ریشه که برابر  $-\frac{b}{a}$  است.

$$t_2 - t_1 = \frac{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}{\frac{1}{2}g}$$

۳- تفاضل دو ریشه  $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

**نکته:** طبق شکل بالا زمان رسیدن گلوله به نقطه‌ی اوج از رابطه  $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$  به دست می‌آید.

$$t_2 - t_1 = \frac{v}{\frac{1}{2}g} \Rightarrow v = \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)$$

**مثال:** از نقطه‌ای واقع در سطح زمین گلوله‌ای را با سرعت اولیه  $v_0$  در راستای قائم و در شرایط خلأ به طرف بالا پرتاب

می‌کنیم، این گلوله در دو زمان  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 5s$  از کنار آنتنی که در بالای ساختمانی قرار دارد می‌گذرد.

(۱) فاصله آنتن از سطح زمین چند متر است؟

(۲) سرعت اولیه گلوله چند  $m/s$  بوده است؟

(۳) سرعت گلوله در لحظه‌ی عبور از کنار آنتن چند  $m/s$  است؟

(۴) زمان رسیدن ذره به نقطه‌ی اوج

پاسخ:

$$v_0 = \frac{1}{2}g(t_2 + t_1) = 5(6) = 30 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$y = \frac{1}{2}(10)(5)(1) = 25 \text{ m} \quad (1)$$

$$t = \frac{5+1}{2} = 3 \text{ s} \quad (4)$$

$$v = \frac{1}{2}g(t_2 - t_1) = 5(4) = 20 \text{ m/s} \quad (3)$$

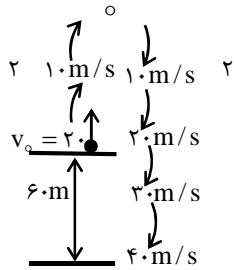
## ایستگاه کنکور

- ۱- سنگی را از لبه‌ی ساختمانی به ارتفاع ۶۰ متر در شرایط خلأ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم، سنگ پس از ۶ ثانیه به زمین برخورد می‌کند، سرعت سنگ هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) (سراسری ریاضی - ۸۸)
- ۲۰ (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴)
- ۲- سنگی را از بالای ساختمانی به ارتفاع  $h$  در شرایط خلأ رها می‌کنیم و پس از ۹ ثانیه به زمین می‌رسد. این سنگ  $\frac{1}{9}h$  ابتدای مسیر را در چند ثانیه طی می‌کند؟ (آزاد - ۸۶)
- ۳ (۱) ۴ (۲)  $\frac{4}{9}$  (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)
- ۳- گلوله‌ای را با سرعت اولیه‌ی ۳۰ متر بر ثانیه در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، سرعت متوسط گلوله در ۴ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) (سراسری تجربی - ۸۸)
- ۸/۵ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۵ (۴)
- ۴- از ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین گلوله‌ای را با سرعت  $20 \text{ m/s}$  در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله‌ی دیگر را چند ثانیه بعد از سطح زمین با سرعت  $40 \text{ m/s}$  رو به بالا پرتاب کنیم تا دو گلوله در فاصله ۷۵ متری سطح زمین به هم برسند؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) (تجربی - ۸۷)
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۵- از ارتفاع معینی، گلوله‌ای رها می‌شود و لحظه‌ی بعد گلوله‌ی دیگری از همان نقطه رها می‌شود، تا رسیدن گلوله‌ی اول به زمین، فاصله‌ی بین دو گلوله چگونه تغییر می‌کند (سراسری ریاضی - ۸۷)
- ۱) ثابت می‌ماند. ۲) کاهش می‌یابد. ۳) افزایش می‌یابد. ۴) بستگی به جرم گلوله دارد.
- ۶- دو گلوله به فاصله‌ی زمانی یک ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع  $h$  در شرایط خلأ رها می‌شوند. اگر بیش‌ترین فاصله‌ی بین آن‌ها در طول حرکت به ۴۵ متر برسد، ارتفاع  $h$  چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) (سراسری - ۸۳)
- ۸۰ (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۴۵ (۴)
- ۷- سرعت اولیه‌ی گلوله‌ای را که در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود، چند برابر کنیم تا ارتفاع اوج آن دو برابر شود؟ (سراسری - ۸۲)
- ۲ (۱) ۴ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)
- ۸- شخصی از ارتفاع ۱۷ متری زمین روی بالشی به ضخامت ۲ متر سقوط آزاد می‌کند و مقاومت هوا ناچیز است. اگر در این برخورد حداقل ضخامت بالش به  $0/5$  متر برسد، اندازه‌ی شتاب شخص بعد از رسیدن به بالش تا انتهای مسیر رو به پایین چند  $g$  است؟ (این شتاب ثابت فرض شده است.) (سراسری - ۸۵)
- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)
- ۹- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع  $h$  رها می‌شود و در لحظه‌ای که به  $50$  متری سطح زمین می‌رسد سرعتش  $15 \text{ m/s}$  می‌شود این گلوله چند ثانیه پس از رها شدن به زمین می‌رسد؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) (ریاضی - ۸۹)
- ۲ (۱) ۳/۵ (۲) ۶/۵ (۳) ۵ (۴)
- ۱۰- جسمی از ارتفاع  $h$  با سرعت اولیه‌ی  $15 \text{ m/s}$  در راستای قائم پرتاب می‌شود. اگر در ۲ ثانیه آخر حرکت ۹۰ متر را طی کند و به زمین برسد. ارتفاع  $h$  چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) (تجربی - ۸۹)
- ۱۲۵ (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۴۵ (۴)



ایستگاه کنکور

۱- گزینه (۳)



$$\begin{cases} t = 6s \\ \Delta y = 60m \end{cases}$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

$$-60 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 36 + v_0 \times 6 \Rightarrow -60 = -180 + 6v_0$$

$$6v_0 = 120 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y$$

$$v^2 = -2 \times 10 \times -60 + (20)^2$$

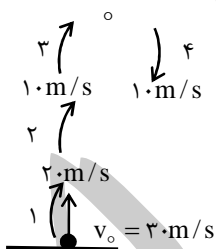
$$v^2 = 1200 + 400 = 1600 \Rightarrow v = 40 \text{ m/s}$$

۲- گزینه (۱)

$$t' = t \sqrt{\frac{m}{n}}$$

$$t' = 9 \sqrt{\frac{1}{9}} = 9 \times \frac{1}{3} = 3s$$

۳- گزینه (۲) طبق شکل رو به رو و روش گفته شده سرعت گلوله پس از ۴s به ۱۰m/s می‌رسد.



$$v = -gt + v_0$$

$$v = -10 \times 4 + 30 = -10 \text{ m/s}$$

روش دوم:

علامت منفی نشان‌دهنده‌ی جهت حرکت جسم به پایین است.

۴- گزینه (۲)

۵- گزینه (۳) هنگامی که گلوله دوم رها می‌شود، (با فرض این که سرعت اولیه آن صفر باشد)، گلوله اول به سرعت معینی رسیده است و از این لحظه به

بعد هر دو گلوله شتاب یکسان  $g$  دارند و حرکت آن‌ها نسبت به یکدیگر یکنواخت با سرعت نسبی که برابر سرعت گلوله‌ی اول در لحظه‌ی رها شدن گلوله‌ی دوم است، می‌باشد. از این رو فاصله‌ی بین دو گلوله افزایش می‌یابد.

به عبارتی می‌توان گفت:

$$v_0 t \text{ نسبی} = \Delta y = v \text{ گلوله اول} = v \text{ نسبی: لحظه‌ی رها شدن گلوله‌ی دوم}$$

پس با گذشت زمان، فاصله‌ی بین دو گلوله افزایش می‌یابد.

۶- گزینه (۳)

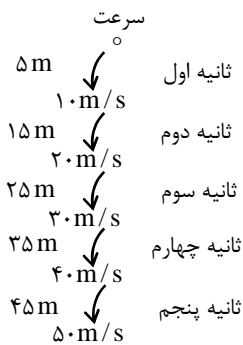
روش اول:

$$h_1 = -\frac{1}{2}gt^2 = -5t^2$$

$$h_2 = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 = -\frac{1}{2}g(t^2 - 2t - 1) = -\frac{1}{2}gt^2 + gt + \frac{1}{2}g = -5t^2 + 10t - 5$$

$$h_1 - h_2 = -45 \rightarrow -5t^2 - (-5t^2 + 10t - 5) = -45 \rightarrow 10t = 50 \rightarrow t = 5s$$

$$h_1 = -5(5)^2 = -125m$$



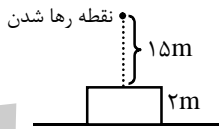
روش دوم:

بیشترین فاصله‌ی دو متحرک زمانی است که متحرک اول به مقصد برسد زیرا از این لحظه به بعد متحرک اول ایستاده است و متحرک دوم به سمت آن حرکت می‌کند و فاصله کم می‌شود. چون گلوله اول یک ثانیه زودتر رها شده است، برای این که گلوله دوم ۴۵ متر فاصله بگیرد تنها یک ثانیه فرصت دارد بنابراین باید این ۴۵ متر را در یک ثانیه (ثانیه آخر حرکتش) طی کند.

۷- گزینه (۳)

$$\sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \frac{v_{02}}{v_{01}} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{v_{02}}{v_{01}} \Rightarrow v_{02} = \sqrt{2}v_{01}$$

۸- گزینه (۴)

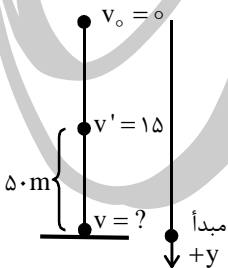


فاصله‌ی نقطه‌ی رها شدن تا لبه‌ی بالایی بالش ۱۷-۲=۱۵ متر است. پس سرعت شخص در لحظه‌ی برخورد به بالش به صورت  $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{30g}$  می‌باشد.

پس از برخورد یک حرکت کند شونده با شتاب ثابت شروع می‌شود که مسافت توقف آن ۱/۵ متر است زیرا ضخامت بالش از ۲/۵ متر به ۰/۵ متر رسیده است و سرعت اولیه‌ی آن  $\sqrt{30g}$  می‌باشد.

$$\text{مسافت توقف} = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{1}{5} = \frac{30g}{2a} \Rightarrow a = 10g$$

۹- گزینه (۲)

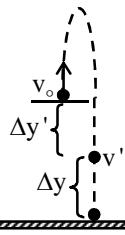


$$v^2 - v'^2 = 2g(y - y') \Rightarrow v^2 - (15)^2 = 20(0 - (-50)) \Rightarrow v = 35$$

$$v = gt + v_0 \Rightarrow 35 = 10t + 0 \Rightarrow t = 3/5s$$

۱۰- گزینه (۳)

روش اول:

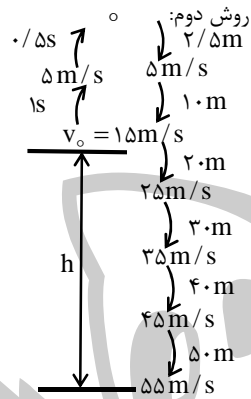


$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

$$-90 = -\frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 + v' \times 2 \Rightarrow v' = 35 \text{ m/s}$$

$$v'^2 - v_0^2 = 2g\Delta y' \Rightarrow (35)^2 - (15)^2 = 2 \times \Delta y' \Rightarrow \Delta y' = 50 \text{ m}$$

$$h = 50 + 90 = 140 \text{ m}$$



$$50 + 40 + 30 + 20 = 140 \text{ m}$$

## ایستگاه مؤلف

۱- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از بالای ساختمانی به ارتفاع ۴۰ متر از سطح زمین با سرعت اولیه‌ی  $v_0$  در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. این گلوله در برگشت، ارتفاع ساختمان را در مدت ۲ ثانیه طی می‌کند. کل زمان حرکت گلوله از لحظه پرتاب تا رسیدن به سطح زمین چند ثانیه است؟

- ۴ (۱)                      ۳ (۲)                      ۵ (۳)                      ۶ (۴)

۲- اگر گلوله‌ای در شرایط خلأ و در راستای قائم از ارتفاع  $h$  سقوط کند، با سرعت  $v$  به زمین برخورد می‌کند. گلوله را از چه ارتفاعی رها کنیم تا با سرعت  $2v$  به زمین برخورد کند؟

- $2h$  (۱)                       $4h$  (۲)                       $\sqrt{2}h$  (۳)                       $\frac{\sqrt{2}}{2}h$  (۴)

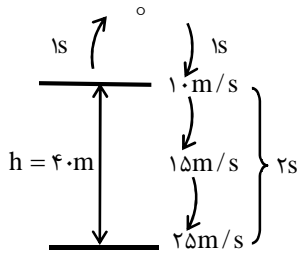
۳- دو گلوله را هم‌زمان، اولی را از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم و دیگری را از بالای سطح زمین رها می‌کنیم. این دو گلوله با هم به زمین می‌رسند، نسبت سرعت گلوله دوم به گلوله اول در لحظه‌ی برخورد به زمین کدام است؟

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۱/۵ (۳)                      ۲/۵ (۴)

۴- گلوله‌ای که از سطح زمین در جهت قائم شلیک شده است وقتی به ارتفاع  $4/2m$  می‌رسد ۶۰ درصد از سرعت اولیه‌اش را از دست داده‌است. این پرتابه تا چه ارتفاعی از زمین اوج می‌گیرد؟

- ۵ (۱)                      ۱۰ (۲)                      ۱۵ (۳)                      ۲۰ (۴)

ایستگاه مؤلف



رفت و برگشت  $t = 1 + 1 = 2s$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \Rightarrow -4.0 = \left(-\frac{1}{2} \times 10 \times 2^2\right) + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = -1.0 \text{ m/s}$$

طبق شکل رو به رو کل زمان حرکت گلوله  $1+1+2=4s$  می باشد.  
روش دوم:

$$t = \left| \frac{v_0}{g} \right| \Rightarrow t = \left| \frac{1.0}{10} \right| = 1s$$

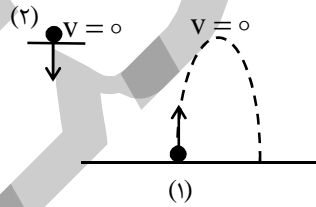
کل  $t = 2 + 2 = 4s$

۱- گزینه (۱)

۲- گزینه (۲)

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{y_2}{y_1}} \Rightarrow \frac{2v}{v} = \sqrt{\frac{y_2}{h}} \Rightarrow y_2 = 4h$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{زمان حرکت گلوله اول: } t = \frac{2v_0}{g} \\ \text{زمان حرکت گلوله دوم: } t' = \frac{v}{g} \end{array} \right\} t' = t \rightarrow \frac{2v_0}{g} = \frac{v}{g} \Rightarrow \frac{v}{v_0} = 2$$



۳- گزینه (۲)

$$v = v_0 - 0.6v_0 = 0.4v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = -2gh \Rightarrow (0.4v_0)^2 - v_0^2 = -2 \times 10 \times 4/2 \Rightarrow v_0 = 1.0 \text{ m/s}$$

$$y = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow y = \frac{(1.0)^2}{2 \times 10} = 0.05 \text{ m}$$

۴- گزینه (۱)