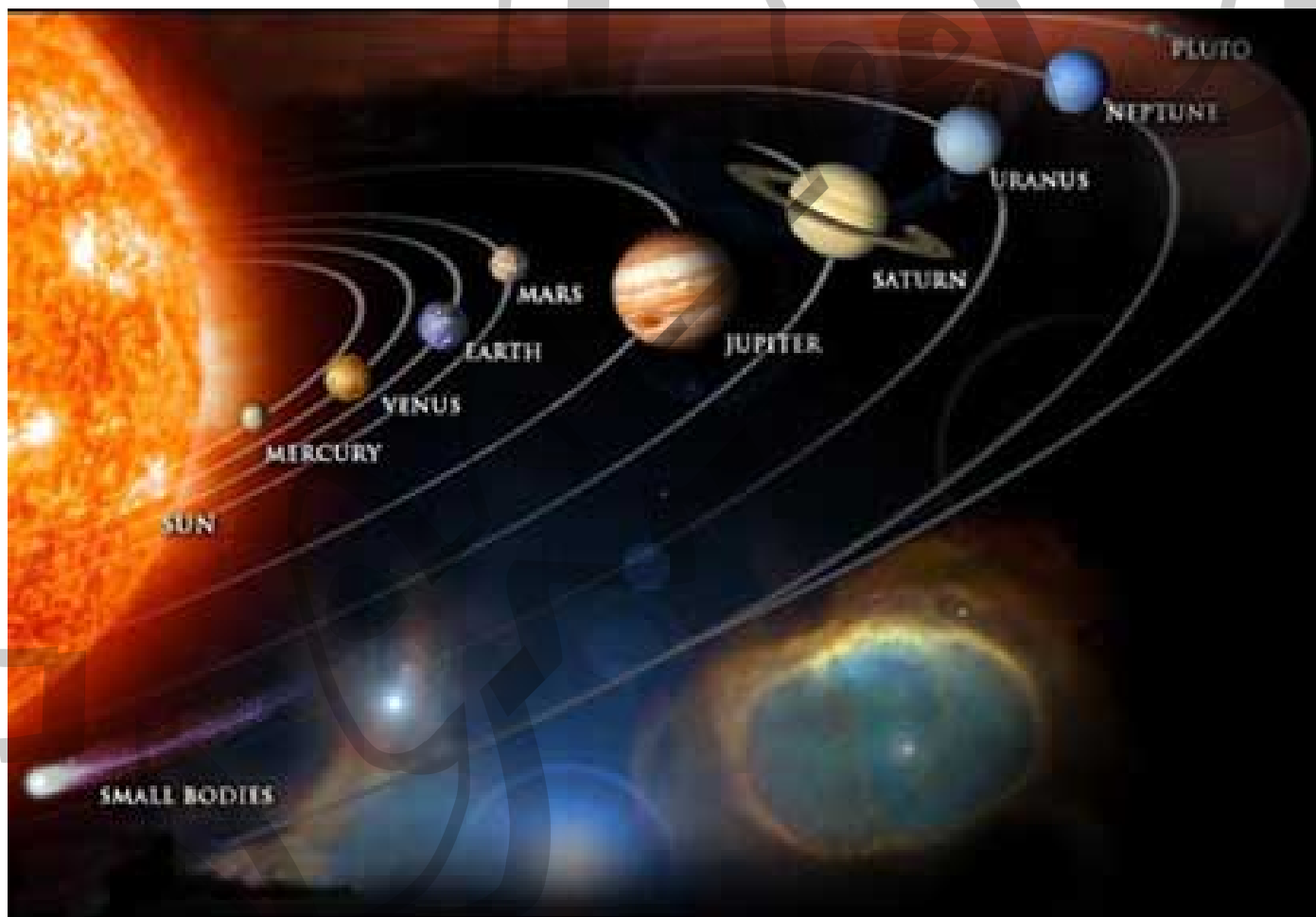


حرکت نوسانی

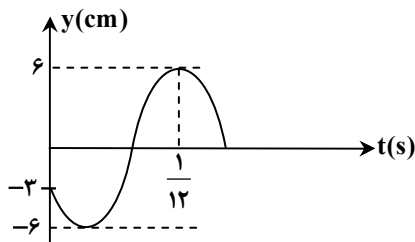


مدرس: مسعود رهنمون

فیزیک

فصل ۳: حرکت نوسانی

۱- در یک حرکت نوسانی ساده که نمودار بعد- زمان آن مطابق شکل است، دوره‌ی تناوب چند ثانیه است؟



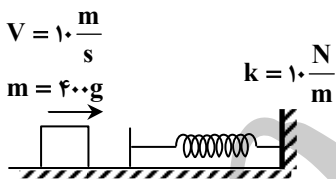
- (۱) $\frac{1}{8}$
- (۲) $\frac{1}{7}$
- (۳) $\frac{1}{9}$
- (۴) $\frac{1}{12}$

۲- جرمی به فنر متصل است، وقتی به اندازه‌ی ۲cm از وضعیت تعادل منحرف و رها شود با بسامد $\frac{4}{\pi}$ Hz نوسان می‌کند. حداکثر سرعتی که

این جرم پیدا می‌کند، چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۰/۰۲
- (۲) ۰/۰۴
- (۳) ۰/۰۸
- (۴) ۰/۱۶

۳- جسمی که مطابق شکل روی سطح افقی بدون اصطکاک در حرکت است به فنر برخورد کرده آن را فشرده کرده و پس از باز شدن فنر از آن جدا می‌شود. کل این زمان (زمان تماس جسم با فنر) چند ثانیه است؟



- (۱) $\frac{2\pi}{5}$
- (۲) $\frac{\pi}{5}$
- (۳) $\frac{\pi}{10}$
- (۴) $\frac{2\pi}{10}$

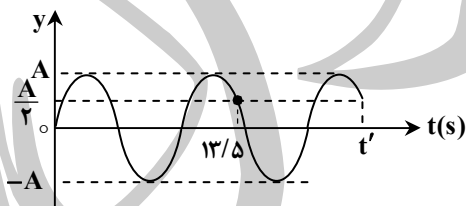
۴- اگر دامنه‌ی حرکت نوسانگری ۲ برابر شود، سرعت بیشینه و دوره‌ی حرکت به ترتیب چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۲ و ۲
- (۲) ۲ و ۱
- (۳) ۱ و ۱
- (۴) ۱ و ۲

۵- در لحظه‌ای که شتاب یک نوسانگر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ شتاب بیشینه است، سرعت نوسانگر چند برابر سرعت بیشینه است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۳) $\sqrt{3}$
- (۴) ۲

۶- در نمودار حرکت نوسانی ساده روبه‌رو، t' چند ثانیه است؟

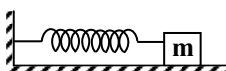


- (۱) ۱۸/۵
- (۲) ۱۹
- (۳) ۱۹/۵
- (۴) ۲۰

۷- جرم گلوله یک آونگ ۲۰۰ گرم و طول آونگ ۲ متر است. گلوله با دامنه ۵ سانتی‌متر نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که گلوله از وضع تعادل ۳cm فاصله دارد، اندازه برآیند نیروهای وارد بر گلوله چند نیوتن است؟

- (۱) ۰/۰۶
- (۲) ۰/۰۲
- (۳) ۰/۰۳
- (۴) ۰/۰۴

۸- جسمی به جرم m با دامنه‌ی A روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. اگر جرم متصل به فنر را دو برابر کنیم و دامنه‌ی آن را ثابت نگه داریم، بیشینه سرعت آن و انرژی مکانیکی نوسانگر چند برابر می‌شود؟

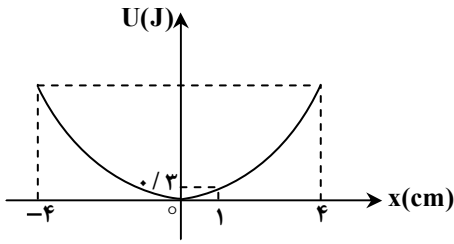


- (۱) ۲ و ۱
- (۲) $\sqrt{2}$ و ۱
- (۳) $\sqrt{2}$ و ۴
- (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و ۴

حرکت نوسانی

مدرس: مسعود رهنمون

۹- نمودار انرژی پتانسیل نوسانگر وزنه- فنر که روی محور x ها در حال نوسان است به شکل زیر رسم شده است. در مکان 2 cm انرژی جنبشی



نوسانگر چند ژول است؟

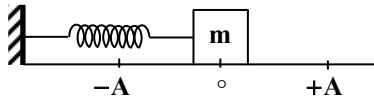
۳/۶ (۱)

۲/۴ (۲)

۱/۲ (۳)

۰/۶ (۴)

۱۰- روی سطح افقی بدون اصطکاک وزنه m با دامنه A در حال نوسان است. وقتی وزنه $1/3$ از یک انتهای مسیر می‌گذرد، وزنه دیگری به جرم $\frac{m}{2}$ روی این وزنه قرار می‌دهیم. بسامد و انرژی مکانیکی به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟



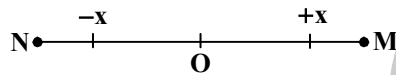
۱ و $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ و $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۱)

۱ و $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ و $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۳)

۱۱- 0.2 ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر، بدون تغییر جهت از نقطه $-x$ به $+x$ رسیده و 0.3 ثانیه دیگر بعد از آن طول می‌کشد تا از نقطه $+x$ مجدداً به $+x$ برسد. دوره حرکت نوسانگر چند ثانیه است؟ (M و N دو انتهای مسیر هستند.)



0.75 (۲)

0.5 (۱)

۲ (۴)

۱ (۳)

۱۲- نوسانگر ساده‌ای با دامنه 12 سانتی‌متر و دوره 8 ثانیه روی محور y ها نوسان می‌کند. اگر در لحظه $t = 0$ در $y = 12\text{ cm}$ قرار داشته باشد، در لحظه $t = 3\text{ s}$ در چه مکانی بر حسب سانتی‌متر قرار می‌گیرد؟

$-6\sqrt{2}$ (۴)

$6\sqrt{2}$ (۳)

-6 (۲)

6 (۱)

۱۳- معادله سرعت- زمان نوسانگر ساده‌ای به جرم 400 g در SI به صورت $V = 4\text{ Cos}(\omega t)$ است. انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟

۱۶ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

۳۲ (۱)

۱۴- بیش‌ترین سرعت یک نوسانگر ساده $\frac{12}{5}\text{ m/s}$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر 3 برابر انرژی جنبشی آن است، سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۱۵- معادله یک حرکت نوسانی ساده به صورت $y = 4\text{ Sin}10\pi t$ است و y بر حسب سانتی‌متر می‌باشد. متحرک 0.4 ثانیه پس از لحظه $t = 0$ چند سانتی‌متر مسافت طی کرده دست؟

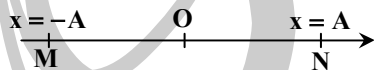
۴ (۴)

۳۲ (۳)

۱۶ (۲)

صفر (۱)

۱۶- یک نوسانگر ساده بین دو سر پاره خط MN حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. اگر مدت حرکت از M تا N حداقل 0.3 ثانیه طول بکشد فاصله زمانی بین دو مرتبه متوالی که $V = \frac{1}{2}V_{\text{max}}$ حداکثر چند ثانیه است؟



0.2 (۲)

0.1 (۱)

0.4 (۴)

0.3 (۳)

۱۷- بیشینه نیروی وارد بر یک نوسانگر ساده 10 نیوتن و دامنه حرکت 10 سانتی‌متر است. هنگامی که متحرک در مکان $+5\text{ cm}$ قرار می‌گیرد، انرژی پتانسیل چند ژول است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۸- جسمی به جرم 1 kg را به طنابی به طول 1 m می‌آویزیم (آونگ). این آونگ را از وضع تعادل منحرف کرده رها می‌کنیم. اگر حداکثر نیروی قابل تحمل طناب 20 نیوتن باشد انحراف آونگ از امتداد قائم حداکثر چند درجه باشد تا طناب پاره نشود؟

60° (۴)

45° (۳)

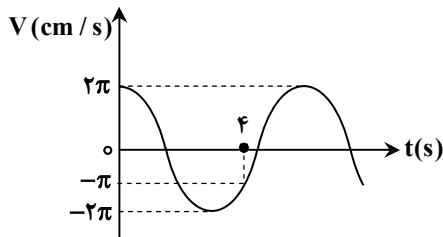
37° (۲)

30° (۱)

حرکت نوسانی

مدرس: مسعود رهنمون

۱۹- نمودار سرعت- زمان نوسانگری داده شده است. کدام گزینه معادله‌ی مکان- زمان نوسانگر است؟



$$y = 2\pi \times 10^{-2} \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) \quad (1)$$

$$y = 2\pi \times 10^{-2} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) \quad (2)$$

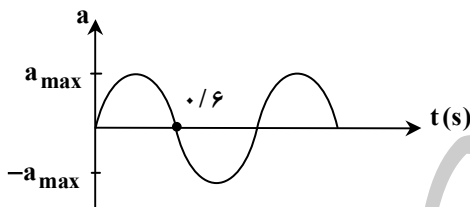
$$y = 6 \times 10^{-2} \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) \quad (3)$$

$$y = 6 \times 10^{-2} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) \quad (4)$$

۲۰- دوره‌ی نوسان آونگ داخل یک ساعت در سطح زمین ۰/۵ ثانیه است. آن قدر ساعت را از سطح زمین بالا می‌بریم تا شدت گرانش ۱۹ درصد کاهش پیدا کند. در این صورت در هر یک ساعت، آونگ چند نوسان بیش‌تر یا کم‌تر از حالتی که در سطح زمین بوده انجام می‌دهد؟

(۱) ۷۲۰ نوسان بیش‌تر (۲) ۷۲۰ نوسان کم‌تر (۳) $\frac{24800}{9}$ نوسان کم‌تر (۴) $\frac{24800}{9}$ نوسان بیش‌تر

۲۱- نمودار شتاب- زمان یک نوسانگر ساده مطابق شکل مقابل است. در چه زمانی برای نخستین مرتبه سرعت نوسان گر $-\frac{1}{3}V_{\max}$ می‌شود؟



(۱) ۰/۱s

(۲) ۰/۲s

(۳) ۰/۳s

(۴) ۰/۴s

۲۲- معادله بعد- زمان نوسانگری $x = A \sin(\omega t)$ و دوره‌ی آن T است. چه مدت پس از لحظه‌ی $t = 0$ اندازه‌ی سرعت نوسانگر برای اولین بار

نصف اندازه‌ی سرعت ماکزیمم می‌شود؟

(۱) $\frac{T}{3}$ (۲) $\frac{T}{12}$ (۳) $\frac{T}{9}$ (۴) $\frac{T}{6}$

۲۳- نوسانگر ساده‌ای با دامنه‌ی A نوسان می‌کند. اگر کم‌ترین زمان لازم برای آن که بعد آن از $\frac{+A}{2}$ به $\frac{-A}{2}$ برسد، برابر ۰/۲ ثانیه باشد، دوره‌ی

حرکت چند ثانیه است؟

(۱) ۰/۶ (۲) ۱ (۳) ۱/۲ (۴) ۱/۴

پاسخ تست‌های فصل ۳

۱- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\frac{1}{12} = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} = \frac{7}{3}T \Rightarrow T = \frac{1}{8} \text{ (s)}$$

با توجه به توضیح سؤال ۱۸۷: $T = \frac{1}{8} \text{ (s)}$

۲- گزینه ۴ پاسخ است.

دامنه و بسامد داده شده است:

$$f = \frac{4}{\pi}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{4}{\pi} = 8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$V_m = A\omega = 0.2 \times 8 = 1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

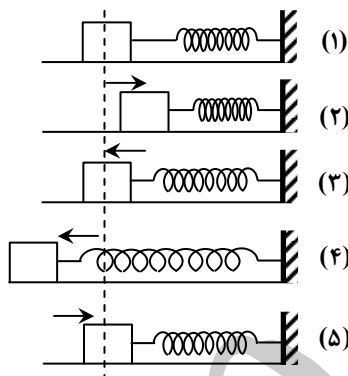
۳- گزینه ۲ پاسخ است.

اگر جسم به فنر بچسبد و مراحل (۱) تا (۵) را طی کند یک نوسان کامل انجام

داده و زمان آن $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ خواهد بود ولی با توجه به اطلاعات مسئله جسم

در حالت (۳) از فنر جدا می‌شود تا این حالت، جسم نصف یک نوسان را انجام

داده و زمان آن $\frac{T}{2}$ خواهد شد.



$$\Delta t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \pi\sqrt{\frac{0.4}{10}} = \frac{\pi}{5} \text{ (s)}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ است.

دوره‌ی حرکت تابع شرایط فیزیکی دستگاه بوده و به دامنه‌ی نوسان ربطی ندارد پس دوره تغییر نمی‌کند.

طبق رابطه‌ی $V_m = A\omega$ با دو برابر شدن دامنه، V_m نیز دو برابر می‌شود.

۵- گزینه ۱ پاسخ است.

$$|a| = a_m |\sin(\omega t + \phi_0)| \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a_m = a_m |\sin(\omega t + \phi_0)| \Rightarrow |\sin(\omega t + \phi_0)| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

وقتی سینوس یک زاویه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد اندازه‌ی کسینوس آن $\frac{1}{2}$ می‌شود.

$$\Rightarrow |\cos(\omega t + \phi_0)| = \frac{1}{2}$$

$$|v| = V_m |\cos(\omega t + \phi_0)| = V_m \times \frac{1}{2}$$

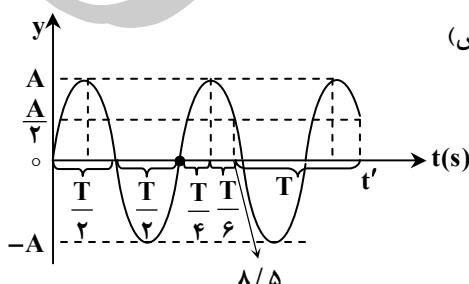
راه حل دیگر: یا با توجه به رابطه‌ی $1 = \left(\frac{a}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{v}{V_m}\right)^2$ داریم:

$$\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a_m}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{v}{V_m}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{v}{V_m}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \left|\frac{v}{V_m}\right| = \frac{1}{2}$$

۶- گزینه ۳ پاسخ است.

زمان نوسان از بُعد صفر تا $\frac{A}{2}$ ، برابر $\frac{T}{12}$ و از بعد $\frac{A}{2}$ تا A ، برابر $\frac{T}{6}$ است. (و بر عکس)

در این شکل داریم:



$$T + \frac{T}{6} + \frac{T}{4} = \frac{13}{5} \Rightarrow \frac{27T}{12} = \frac{13}{5} \Rightarrow T = 6 \text{ s}$$

$$t' = \frac{13}{5} + T = \frac{13}{5} + 6 = \frac{19}{5} \text{ s}$$

حرکت نوسانی

مدرس: مسعود رهنمون

۷- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad a = -\omega^2 x$$

$$\sum F = ma = -m\omega^2 x = -m\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\right)^2 x = -\frac{mg}{\ell} x = -\frac{0.2 \times 10 \times 0.02}{2} = -0.02 \text{ (N)}$$

۸- گزینه ۴ پاسخ است.

با توجه به رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ با تغییر جرم، ω نیز تغییر می کند.

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega_2 &= \sqrt{\frac{k}{2m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ولی دامنه طبق فرض مسأله ثابت است. پس داریم:

$$\frac{V_{2\max}}{V_{1\max}} = \frac{A\omega_2}{A\omega_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ضمناً انرژی مکانیکی نوسانگر $E = \frac{1}{2}kA^2$ است و تغییر نمی کند.

۹- گزینه ۱ پاسخ است.

$$U = 0.3 \text{ (J)}, \quad A = 4 \text{ cm}, \quad x = 1 \text{ cm}$$

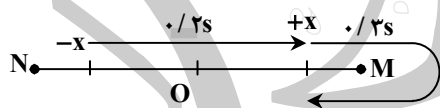
$$\left\{ \begin{aligned} U &= \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \\ E &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \\ K &= \frac{1}{2}m\omega^2 (A^2 - x^2) \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{U}{E} &= \left(\frac{x}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{0.3}{E} = \frac{1}{16} \Rightarrow E = 4.8 \text{ (J)} \\ \frac{K}{E} &= \frac{A^2 - x^2}{A^2} \Rightarrow \frac{K}{4.8} = \frac{16 - 4}{16} \Rightarrow K = 3.6 \text{ (J)} \end{aligned} \right.$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ است.

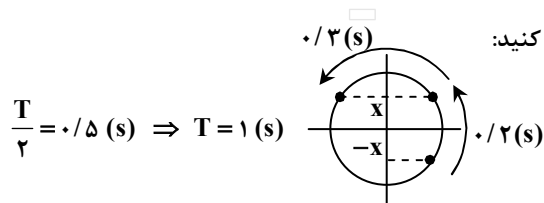
چون دامنه ثابت می ماند، بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر ($E = \frac{1}{2}kA^2$) نیز ثابت می ماند.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \frac{f'}{f} = \sqrt{\frac{m}{m + \frac{m}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad E' = E$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ است.



به شکل روبه رو نگاه کنید:



۱۲- گزینه ۴ پاسخ است.

طول ها را بر حسب سانتی متر قرار داده و داریم:

$$y_0 = A \sin \varphi_0 \Rightarrow 12 = 12 \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$T = 4 \text{ (s)}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=3 \text{ (s)}} y = 12 \sin\left(\frac{\pi}{2} \times 3 + \frac{\pi}{2}\right) = -6\sqrt{2} \text{ cm}$$

حرکت نوسانی

مدرس: مسعود رهنمون

۱۳- گزینه ۳ پاسخ است.

از مقایسه‌ی معادله‌ی $V = 4 \cos(\omega t)$ با معادله‌ی سرعت- زمان $V = A\omega \cos(\omega t)$ داریم:

$$V_{\max} = A\omega = 4$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (4)^2 = 3.2 \text{ J}$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\left. \begin{aligned} U + K &= E = K_m \\ U &= 3K \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3K + K = K_m \Rightarrow 4\left(\frac{1}{2} m V^2\right) = \frac{1}{2} m V_m^2 \Rightarrow 4V^2 = V_m^2 \Rightarrow 2V = V_m = 12 \Rightarrow V = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بیان دوم:

$$\frac{K}{E} = \cos^2 \varphi, \quad \frac{U}{E} = \sin^2 \varphi, \quad \frac{V}{V_m} = \cos \varphi$$

$$U = 3K \rightarrow E = 4K \rightarrow \frac{K}{E} = \frac{1}{4} \rightarrow \left(\frac{V}{V_m}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow |V| = \frac{1}{2} V_m = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ است.

در معادله‌ی $y = 4 \sin 10\pi t$, $\omega = 10\pi$ است.

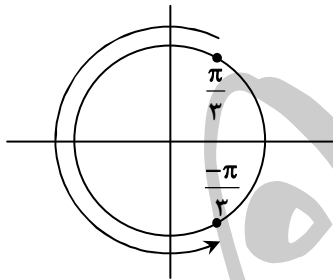
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.2 \text{ (s)}$$

در یک دوره، نوسانگر به اندازه‌ی $4A$ مسافت طی می‌کند. پس در زمان $t = 0.4 \text{ s}$ مسافت طی شده برابر $8A$ می‌باشد.

$$d = 8A = 8 \times 4 = 32 \text{ cm}$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ است.

حرکت از یک انتهای مسیر تا انتهای دیگر $\frac{T}{4}$ طول می‌کشد.



$$\frac{T}{4} = 0.3 \Rightarrow T = 0.6 \text{ (s)} \quad V = \frac{1}{2} V_{\max} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{2}$$

چون مدت زمان حداکثر خواسته شده است $\Delta\varphi$ بزرگ‌تر را در نظر گرفته‌ایم.

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3} T = \frac{2}{3} \times 0.6 = 0.4 \text{ (s)}$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ است.

نیروی وارد بر یک نوسانگر از رابطه‌ی $F = -m\omega^2 x$ به دست می‌آید. بیشینه‌ی نیرو برابر است با:

$$F_{\max} = m\omega^2 A \Rightarrow 10 = m\omega^2 \times 0.1 \Rightarrow m\omega^2 = 100$$

$$U = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times (100) \times (\Delta \times 10^{-2})^2 \Rightarrow U = \frac{1}{8} \text{ J}$$

انرژی پتانسیل از رابطه‌ی $U = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$ به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} kx^2, \quad F = -kx \quad \text{یعنی می‌توان گفت } m\omega^2 = k$$

راه حل دوم: می‌توان از رابطه‌ی $\frac{U}{E} = \left(\frac{x}{A}\right)^2$ بهره گرفت فقط کافی است مقدار $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ را محاسبه کنید.

۱۸- گزینه ۴ پاسخ است.

بیش‌ترین مقدار کشش طناب در پایین‌ترین نقطه مسیر است. پس کشش طناب در پایین‌ترین نقطه را بر حسب θ حساب می‌کنیم.

طبق پایستگی انرژی مکانیکی داریم: (نقطه‌ی پایینی را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل در نظر می‌گیریم)

$$h = \ell - \ell \cos \theta = \ell (1 - \cos \theta)$$

$$mgh = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow g\ell(1 - \cos \theta) = \frac{V^2}{2} \Rightarrow V^2 = 2g\ell(1 - \cos \theta)$$

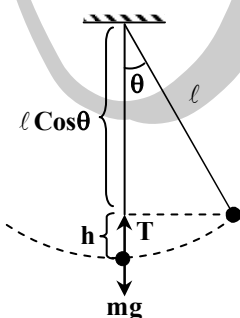
در پایین‌ترین نقطه، با توجه به دایره‌ای بودن حرکت داریم: $(R = \ell)$

$$T - mg = \frac{mV^2}{R} \rightarrow T = mg + \frac{m \cdot 2g\ell(1 - \cos \theta)}{\ell}$$

بیش‌ترین زاویه‌ی انحراف در حالتی است که در پایین‌ترین نقطه $T = 20 \text{ N}$ شود:

$$20 = 10 + 20(1 - \cos \theta) \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

راه حل بهتر:



$$T - mg = \frac{mV^2}{R} \Rightarrow 20 - 10 = \frac{V^2}{1} \Rightarrow V$$

$$K = U \Rightarrow \frac{1}{2} mV^2 = mgh \Rightarrow \Delta = 10h \Rightarrow h = 0.5m$$

$$\cos \theta = \frac{\ell - h}{\ell} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

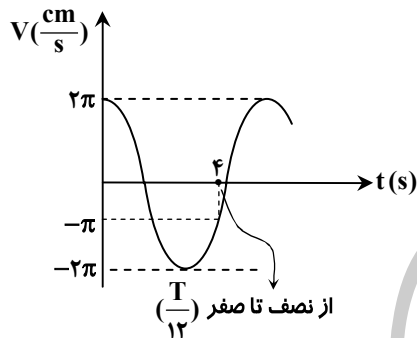
۱۹- گزینه ۳ پاسخ است.

در تمام نمودارهای (a-t), (V-t), (y-t) برای پیدا کردن دوره (T) از روی محور افقی بدون توجه به جنس محور عمودی از این قاعده استفاده کنید:

$$\Delta t = \frac{T}{12} \text{ از } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ بیشینه تا بیشینه تا تابع} \quad \Delta t = \frac{T}{8} \text{ از } \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ بیشینه تا بیشینه تا تابع} \quad \Delta t = \frac{T}{6} \text{ از } \frac{1}{2} \text{ نصف بیشینه تا بیشینه تا تابع}$$

$$\Delta t = \frac{T}{6} \text{ از } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ بیشینه تا صفر تا تابع} \quad \Delta t = \frac{T}{8} \text{ از } \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ بیشینه تا صفر تا تابع} \quad \Delta t = \frac{T}{12} \text{ از } \frac{1}{2} \text{ نصف بیشینه تا صفر تا تابع}$$

حالا به نمودار توجه کنید:



$$\Rightarrow \frac{2T}{6} - \frac{T}{12} = 4 \Rightarrow T = 6s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$V_m = 2\pi \frac{\text{cm}}{s} \Rightarrow A\omega = 2\pi \Rightarrow A \times \frac{2\pi}{6} = 2\pi \Rightarrow A = 6 \text{ cm}$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ است.

تعداد نوسان آونگ در حالت اول در هر ساعت برابر است با:

$$n_1 = \frac{t}{T_1} = \frac{3600}{0.5} = 7200$$

دورهی آونگ را در حالت دوم به دست می آوریم: $(T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}})$

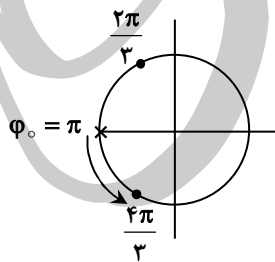
$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{g_1}{g_1 - 0.19g_1}} = \sqrt{\frac{g_1}{0.81g_1}} = \frac{10}{9} \Rightarrow \frac{T_2}{0.5} = \frac{10}{9} \Rightarrow T_2 = \frac{5}{9} \text{ (s)}$$

در این حالت در هر ساعت، داریم:

$$n_2 = \frac{t}{T_2} = \frac{3600}{\frac{5}{9}} = \frac{3600 \times 9}{5} = 6480$$

پس به اندازهی $7200 - 6480 = 720$ نوسان کم تر انجام می دهد.

۲۱- گزینه ۲ پاسخ است.



$$\frac{T}{2} = 0.6 \Rightarrow T = 1.2 \text{ (s)}$$

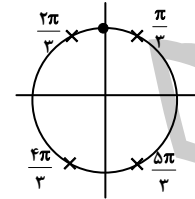
$$a_0 = 0 \Rightarrow \sin \phi_0 = 0 \rightarrow \phi_0 = 0 \text{ یا } \pi \text{ در ابتدا شتاب مثبت می شود} \rightarrow \phi_0 = \pi$$

$$V = -\frac{1}{2} V_{\max} \rightarrow \cos \phi = -\frac{1}{2} \rightarrow \phi = \frac{2\pi}{3} \text{ یا } \frac{4\pi}{3}$$

$$\Delta \phi = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\Delta \phi = \frac{2\pi}{T} \Delta t} \Delta t = \frac{T}{6} = \frac{1.2}{6} = 0.2 \text{ (s)}$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\left. \begin{aligned} |V| &= \frac{1}{2} V_{\max} \\ V &= V_{\max} \cos(\varphi) \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\cos \varphi| = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \text{ rad}$$



چون نخستین مرتبه خواسته شده است، همان $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ را انتخاب می‌کنیم.

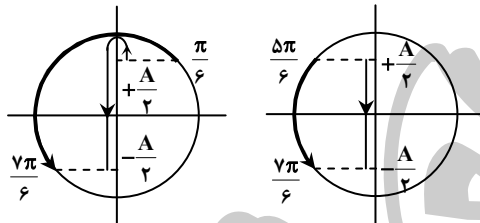
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12} \quad (\Delta\varphi = \omega\Delta t \text{ یا } \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T})$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ است.

انواع حالت‌هایی که نوسانگر از بُعد $\frac{+A}{2}$ تا $\frac{-A}{2}$ می‌رود را روی دایره نشان می‌دهد:

$$\frac{A}{2} = A \sin \varphi_1 \Rightarrow \sin \varphi_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$-\frac{A}{2} = A \sin \varphi_2 \Rightarrow \sin \varphi_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$



در این دو شکل مشخص است که کم‌ترین زمان وقتی است که نوسانگر از فاز

$\frac{5\pi}{6}$ به $\frac{7\pi}{6}$ می‌رود.

$$\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{7\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1/2 \text{ s}$$